SEL 343 PDS – TRABALHO 1

Prof. Emiliano R Martins

O objetivo desse trabalho é exercitar os principais conceitos relacionados à DTFT. O trabalho não precisa ser entregue.

**Parte 1 – Definição dos sinais exemplos**

Para ilustrar os conceitos da DTFT, utilizaremos como função base uma função Gaussiana, da forma:

**Equação 1**

Onde é a amplitude da gaussiana e é a largura temporal da gaussiana. No nosso exemplo, vamos escolher, arbitrariamente, e . A função gaussiana possui transformada de Fourier analítica, que é dada por:

**Equação 2**

Note que a transformada de uma gaussiana é outra gaussiana, mas agora no domínio da frequência.

A transformada de Fourier analítica vai servir como “cola” para esse trabalho: você pode conferir se os seus resultados deram certo fazendo referência à **Equação 2**.

Note que o espectro da gaussiana nunca termina. De fato, possui infinitas frequências, já que nunca é zero para frequências acima de algum valor determinado. Mas o decaimento exponencial nos permite atribuir uma frequência máxima para , já que para valores de frequência muito maiores que a amplitude de será muito pequena. Assim, vamos definir a frequência máxima de como sendo

Para começar o trabalho, crie um vetor tempo com N = 1.2x104 pontos, com passo temporal 100 vezes menor que . Para isso, basta dar os comandos

N = 1.2\*10^4;

tpasso = sigma/100;

ti = -tpasso\*(N-1)/2;

tf = -ti;

t = (ti:tpasso:tf);

no Matlab, onde ti é o primeiro valor do vetor t, tpasso é o incremento temporal e tf é o último valor armazenado no vetor t.

Confira se o vetor t realmente tem N = 1.2x104 pontos utilizando o comando length(t).

Agora crie um vetor x composto por amostras da função gaussiana da ***Equação 1***. Plote a função gaussiana contra o tempo. Para isso, basta dar a seguinte sequência de comandos.

figure(1) %abre a figura 1

plot(t,x) %plota x contra t

xlabel('tempo') %coloca legenda no eixo horizontal

ylabel('x(t)') %coloca legenda no eixo vertical

Note que, tanto o vetor t, como o vetor, x são discretos. De fato, ambos são simplesmente uma sequencia de números. Mas o que você vê na tela do computador parece uma função contínua porque o Matlab traça uma linha interpolando os pontos. Como estamos utilizando muitos pontos, dá a impressão que o plot é de uma função contínua. Caso você queria ver onde está cada ponto, basta dar o plot assim: plot(t,x,'b.') dessa forma, o Matlab põe uma bolinha em cada ponto e não faz a interpolação (faça um zoom na figura para você ver as bolinhas).

A figura 1 mostra uma coisa que parece mais um pauzinho do que uma gaussiana, mas se você fizer um zoom na figura você vai ver que é realmente uma gaussiana.

Agora, defina um vetor frequências com o mesmo número de pontos N, utilizando os seguintes comandos:

fpasso = 1/(50\*sigma);

fi = -fpasso\*(N-1)/2;

ff = -fi;

f = (fi:fpasso:ff);

A seguir, defina um vetor X contendo a transformada de Fourier da gaussiana e gere uma figura (2) contendo um plot de X contra a frequência f. No trabalho, coloque novamente o plot de X contra f, ao lado de um plot de X contra f com zoom, mostrando que X\_TF é também uma gaussiana, mas agora no domínio da frequência.

Perguntas:

1.1) Quando você criou o vetor x, você efetivamente amostrou a função gaussiana no tempo (isso é uma afirmação, não uma pergunta). No nosso exemplo, qual foi o período de amostragem? E qual foi a frequência de amostragem?

1.2) No plot da figura (2) (sem zoom), mostre com uma setinha onde está a frequência de amostragem.

1.3) Confira que a nossa definição de frequência máxima como sendo faz sentido. Para isso, vá na figura (2) e veja qual o valor de X\_TF na frequência e compare com o valor máximo de X\_TF.

1.4) Com essas definições, o nosso período de amostragem é suficiente para amostrar a gaussiana sem perda de informação? Explique.

**Parte 2 – Cálculo da DTFT de**

Crie um vetor de frequências adimensionais com os seguintes comandos:

vi = -1.2;

vf = -vi;

vpasso = (vf-vi)/(N3-1);

v = (vi:vpasso:vf);

Agora escreva um algoritmo para calcular a DTFT do vetor x que você definiu na Parte 1 do trabalho. Chame esse vetor de X\_DTFT. Plote o módulo de X\_DTFT contra v.

Agora, utilize esse mesmo vetor X\_DTFT e esse mesmo vetor v para plotar a TRANSFORMADA DE FOURIER da função gaussiana DO SINAL INTERMEDIÁRIO, que em sala chamamos de fd(t). Para isso, você pode multiplicar esses vetores por constantes, mas só isso.

Agora, utilize esse mesmo vetor X\_DTFT e esse mesmo vetor v para plotar a TRANSFORMADA DE FOURIER da função gaussiana original, da qual extraímos o vetor x. Para isso, você pode multiplicar esses vetores por constantes, mas só isso. Compare a TF obtida da DTFT com a TF analítica (plote as duas juntas, utilizando linha para uma e bolinhas para a outra).

Explique todos os resultados eu você encontrou. Mostre rigorosamente como a TF da função pode ser obtida a partir da DTFT.

**Parte 3 – Cálculo da transformada de Fourier de pela soma de Riemann.**

Agora calcule a transformada de Fourier de na raça, isso é, sem utilizar diretamente os conceitos da DTFT. Para isso, temos que fazer a soma de Riemann para a transformada de Fourier.

Escreva um algoritmo que calcule a transformada de Fourier de aproximando a integral da transformada pela soma de Riemann. Utilize os mesmos vetores tempo e frequência da Parte 1. Compare os resultados assim obtidos com o resultado anterior (para melhor visualização, plote o resultado da soma de Riemann com o resultado analítico em uma mesma figura, mas coloque um como linha e o outro como bolinha. Por que surgiram cópias na soma de Riemann? De acordo com o que você aprendeu em Cálculo 1, a soma de Riemann só é idêntica à integral no limite que o espaçamento temporal vai para zero. De acordo com os seus resultados, isso é verdade? Em outras palavras: o primeiro período da soma de Riemann é igual ao resultado analítico? Por que? Qual a relação entre a soma de Riemann e a DTFT (no que elas diferem e no que elas são iguais)? Comente, explique, filosofe, se joga.

**Parte 4 – Propriedades da DTFT**

Agora defina o sinal diferença como:

Equação 3

Onde é novamente o vetor gerado na Parte 1 a partir da amostragem da **Equação 1**.

Agora calcule a DTFT de de duas maneiras: 1- diretamente do vetor e 2 – a partir da DTFT de , utilizando a propriedade de diferenças. Compare os dois resultados.

Calcule analiticamente a função , que é a derivada da função :

Agora amostre a função seguindo os mesmos passos da amostragem da Parte 1. Chame o vetor que armazena as amostras de de .

Compare e . Eles são iguais ou diferentes? Por que?

Finalmente, partindo da **Equação *2***, encontre uma expressão analítica para a transformada de Fourier de . Agora compare a DTFT de com a transformada analítica da TF de . Note que as amplitudes são iguais, ou seja, não foi necessário corrigir a amplitude quando relacionando a DTFT de com a TF de .

Explique o porquê de neste caso as amplitudes serem iguais.